

Precálculo desde cero

Introducción

Las funciones matemáticas son fundamentales para el estudio de las matemáticas y su aplicación en diferentes áreas del conocimiento. Una función establece una relación específica entre dos conjuntos de números o elementos, de tal manera que a cada elemento de un conjunto se le asigna un único valor en el otro conjunto. Esta relación es crucial en el estudio de problemas tanto en álgebra como en cálculo, economía, física, y muchas otras disciplinas.

Objetivos: Al finalizar esta clase, los estudiantes serán capaces de:

- Definir qué es una función matemática y reconocer su notación.
- Identificar el dominio y el rango de una función.
- Aplicar el concepto de dominio y rango a diferentes tipos de funciones.
- Interpretar cómo las restricciones del dominio afectan el comportamiento de una función.

1 Definición

Una función es una relación matemática que asigna un único valor de salida a cada valor de entrada dentro de un conjunto de números. Esta relación se expresa de la siguiente manera:

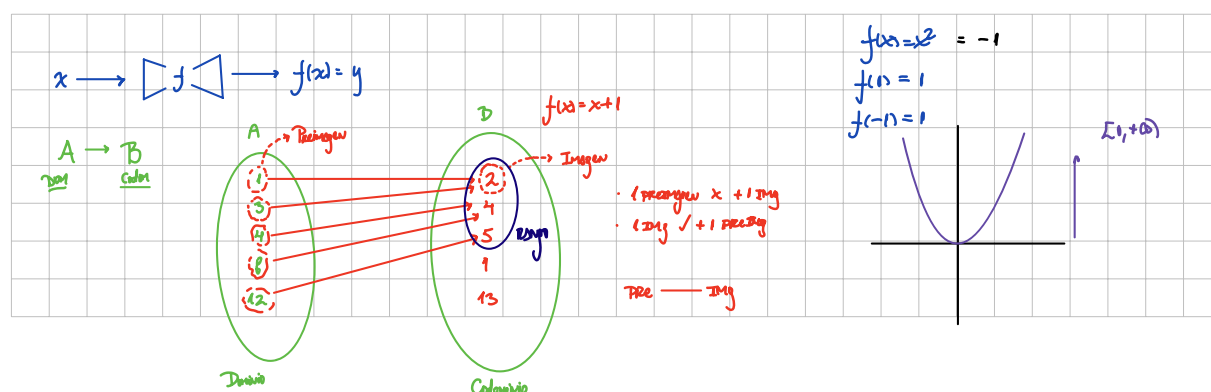
$$f : X \rightarrow Y$$

Donde

- X es el conjunto de entrada, conocido como **dominio**.
- Y es el conjunto de salida, conocido como **codominio**.

Una función puede representarse de diversas maneras, como ecuaciones algebraicas, gráficos, tablas o incluso palabras.

Ejemplificar con diagrama sagital propiedades de la función:



2 Dominio

El dominio de una función es el conjunto de todos los posibles valores de entrada para los cuales la función está definida. Es importante notar que algunas funciones tienen restricciones, como divisores que no pueden ser cero o raíces cuadradas que no pueden operar sobre números negativos.

Hallar dominio de las siguientes funciones:

$$f(x) = \ln(x^2 - 5x + 6) \quad \ln(x), x > 0$$

Restricciones

$$x^2 - 5x + 6 > 0$$

$$(x-3)(x-2) > 0$$

	$-\infty$	2	3	$+\infty$
$x-3$		-	-	+
$x-2$		-	+	+
		+	-	+

$\text{Dom } f: (-\infty, 2) \cup (3, +\infty)$

$$f(x) = \frac{\sqrt{9-x^2}}{x^2-x}$$

① $9-x^2 \geq 0$

$$x^2 \leq 9 \quad | \sqrt{}$$

$$|x| \leq 3$$

$$-3 \leq x \leq 3$$

② $x^2-x \neq 0$

$$x(x-1) \neq 0$$

$$x \neq 0$$

$$x \neq 1$$

$\text{Dom } f: [-3, 0) \cup (0, 1) \cup (1, 3]$

3 Rango

El rango de una función es el conjunto de todos los valores de salida posibles, es decir, los valores que puede tomar $f(x)$ cuando variamos x en el dominio de la función.

Hallar rango de las siguientes funciones:

$$f(x) = 2x^2 - 4x + 1$$

$$(x-1)^2 \geq 0 \quad | \cdot 2$$

$$2(x-1)^2 \geq 0 \quad | -1$$

$$2(x-1)^2 - 1 \geq -1$$

$2x^2 - 4x + 1$

$$2(x^2 - 2x + 1/2) = 2((x-1)^2 - 1/2)$$

$$(x-1)^2 - 1 + 1/2$$

$$x^2 - 2x + 1$$

$$2(x-1)^2 - 1$$

$$(1, -1)$$

$$a(x-h)^2 + k$$

$$(h, k)$$

$f(x)$

$[-1, +\infty)$