

Precálculo desde cero

Introducción

En el mundo real usamos los números para contar y comparar cantidades, para esto usaremos los números reales que pueden modelar cantidades enteras, racionales e irracionales.

Objetivos: En esta guía aprenderás sobre los números reales, sus propiedades y trucos operacionales.

1 Conjuntos numéricos

1.1 Naturales ($\mathbb{N}$)

Empezamos con los números naturales que son los números que usamos para contar en el día a día

$$1, 2, 3, 4, \dots$$

1.2 Enteros ($\mathbb{Z}$)

Los números enteros consisten en los naturales en conjunto con su negativo y el cero

$$\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$$

1.3 Racionales ($\mathbb{Q}$)

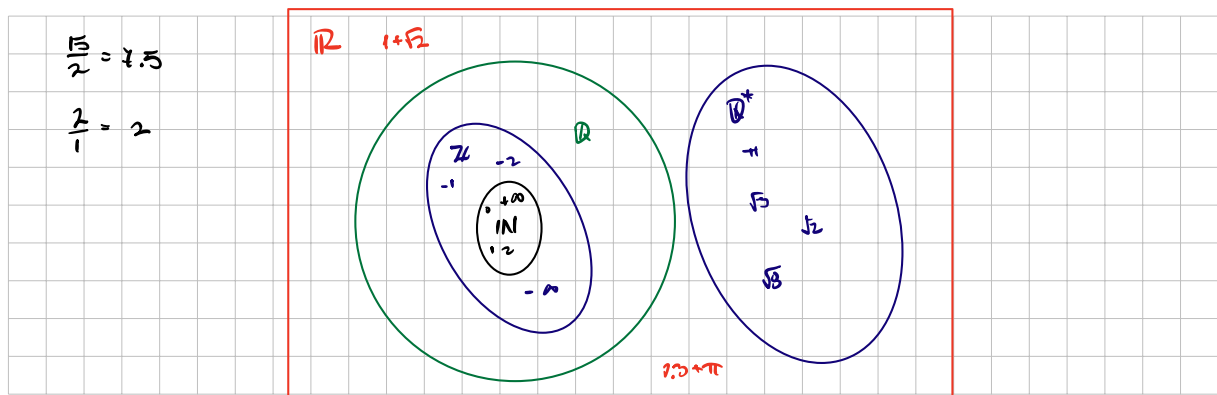
Este conjunto contiene todos los números que pueden representarse de la forma

$$r = \frac{m}{n}$$

Donde m es un entero y $n \neq 0$. Por ejemplo

$$\frac{3}{2} = 1,5 \quad 16,5 \quad \frac{2}{3} = 0,666\dots$$

Dar más ejemplos en clase...



1.4 Irracionales ($\mathbb{Q}^*$)

Números que no pueden representarse de la forma anteriormente mencionada ya que implicaría una **contradicción matemática** y números con un patrón irregular en sus decimales como por ejemplo:

$$\sqrt{3} \quad \pi \quad 2^{\frac{1}{3}}$$

Dar más ejemplos y demostrar que $\sqrt{2}$ es irracional...

Sup de $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$

$\sqrt{2} = \frac{a}{b}, b \neq 0$
irracional no es irracional

$\sqrt{2} = \frac{a}{b} \quad || \wedge^2$
 $2 = \frac{a^2}{b^2} \quad || \cdot b^2$
 $2b^2 = a^2$
 $a^2 = 2b^2$ Divisible por 2 $\therefore a^2$ es par
 a^2 es par $\rightarrow a$ es par $\therefore a = 2k$ **Contradicción**
 $2b^2 = (2k)^2 = 4k^2 \rightarrow b^2 = \frac{4k^2}{2} = 2k^2 \rightarrow b^2$ es par $\rightarrow b$ es par $\therefore b = 2m$

2 Propiedades de los números reales

Propiedades Conmutativas

- **Suma:** $a + b = b + a$
- **Multiplicación:** $ab = ba$

Cuando sumamos o multiplicamos dos números, el orden no afecta el resultado.

Propiedades Asociativas

- **Suma:** $(a + b) + c = a + (b + c)$
- **Multiplicación:** $(ab)c = a(bc)$

Cuando sumamos o multiplicamos tres números, no importa cuáles agrupemos primero.

Propiedad Distributiva

- $a(b + c) = ab + ac$
- $(b + c)a = ab + ac$

$$(x+y)(y+b) = xy + xb + ay + ab$$

Multiplicar un número por una suma es igual a multiplicarlo por cada sumando y luego sumar los productos.

$$(a+b)(c+d) = (a+b)c + (a+b)d = ac + bc + ad + bd$$