

Introducción

Las integrales impropias son integrales que no cumplen con las condiciones estándar de integración, ya sea porque el intervalo de integración es infinito o porque el integrando tiene una discontinuidad en el intervalo. Estas integrales se evalúan utilizando límites y pueden converger (tener un valor finito) o divergir (no tener un valor finito).

Objetivos: Al finalizar esta clase, los estudiantes serán capaces de:

- Identificar y resolver integrales impropias de Tipo 1 (intervalos infinitos).
- Identificar y resolver integrales impropias de Tipo 2 (integrandos discontinuos).
- Aplicar el Teorema de Comparación para determinar la convergencia o divergencia de integrales impropias.

1 Tipo 1: Intervalos infinitos

Las integrales impropias de Tipo 1 tienen intervalos de integración infinitos, como $[a, \infty)$, $(-\infty, b]$ o $(-\infty, \infty)$. Estas integrales se definen como límites:

$$\begin{aligned}\int_a^\infty f(x) dx &= \lim_{t \rightarrow \infty} \int_a^t f(x) dx \\ \int_{-\infty}^b f(x) dx &= \lim_{t \rightarrow -\infty} \int_t^b f(x) dx \\ \int_{-\infty}^\infty f(x) dx &= \int_{-\infty}^a f(x) dx + \int_a^\infty f(x) dx\end{aligned}$$

1.0.1 Ejemplo 1

Resuelva la siguiente integral impropia:

$$\int_1^\infty \frac{1}{x^2} dx$$



